

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

P. FERIGNAC

Erreurs de mesure et contrôle de la qualité

Revue de statistique appliquée, tome 13, n° 2 (1965), p. 57-60

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1965__13_2_57_0

© Société française de statistique, 1965, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ERREURS DE MESURE ET CONTROLE DE LA QUALITÉ

P. FERIGNAC

Statisticien

I - GENERALITES

La valeur d'une grandeur mesurable n'est connue que par sa mesure. Or, quelle que soit la précision de l'appareil, sa lecture ne donne qu'une valeur approchée de la vraie valeur de la grandeur. Les mesures sont entachées d'erreurs qui proviennent de l'opérateur et de l'appareil.

On peut tenter de ventiler l'erreur globale entre ces deux causes de fluctuation. Cela peut se faire par l'étude de la *reproductibilité* d'une même opération de mesurage qui permet d'estimer *l'équation personnelle de chaque manipulateur*. Dans ce qui suit, nous considérerons l'ensemble opérateur-appareil de mesure et nous supposerons que nous ne changeons pas l'opérateur de sorte que la variation inter-opérateurs n'est pas à prendre en considération, cela correspond au cas concret que nous décrivons plus bas.

Représentons par X la vraie valeur d'une grandeur et par x sa mesure, on a :

$$\text{erreur} = x - X = \varepsilon$$

- l'erreur systématique ε_1 qui est constante *dans le domaine d'utilisation* courante de l'appareil de mesure, elle caractérise son *exactitude*. La moyenne de l'erreur globale ε est égale à ε_1 . On l'apprécie par l'étalonnage de l'appareil ; on peut écrire

$$E(x) = X + \varepsilon_1$$

- l'erreur aléatoire, ε_2 , qui dépend d'un grand nombre de causes (jeux, erreurs de lecture, conditions du moment) qui font qu'une mesure n'est pas exactement *répétable*. On admet que les erreurs aléatoires sont indépendantes, ne sont pas liées à la vraie valeur X et suivent une loi normale $N(0, \sigma)$ dans le domaine d'utilisation de l'appareil de mesure. L'écart-type, σ , caractérise la dispersion des mesures autour de la moyenne $E(x)$, c'est-à-dire la *fidélité*, de l'appareil.

Nous avons constaté fréquemment que le personnel des ateliers chargé du contrôle est enclin à surestimer la fidélité des instruments de mesure qu'il utilise. Ce fait peut causer quelques mécomptes dans le contrôle ainsi que nous le montrons dans l'exemple que nous donnons, ci-dessous.

II - EXEMPLE

Il s'agit de la réception de lots de papier destiné au conditionnement d'une marchandise chère qui risque de se détériorer au contact d'un papier dont l'acidité n'est pas dans des limites assez étroites. L'ingénieur demande que le pH réel soit compris entre 6 et 6,5. Ces limites sont acceptées par le fabricant dans le cahier des charges. Le pH est mesuré par la méthode TAPPI (Technical Association Pulp and Paper Industry), qui fait l'objet d'une norme AFNOR et consiste essentiellement dans une mesure électrométrique sur une macération de morceaux de papier de 1 cm² qui subit un certain nombre d'opérations bien définies.

Chaque livraison est accompagnée de la mesure du pH donnée par le producteur, puis cette mesure est refaite par le client en contrôle de réception. L'examen des deux séries de mesures montre qu'un grand nombre de points sont extérieurs à l'intervalle 6 - 6,5 et que leur corrélation est pratiquement nulle.

La quasi indépendance observée sous conduit à penser que la liaison entre les vraies valeurs X est masquée par les erreurs de mesure ε sur les deux séries, lesquelles sont indépendantes. On est ainsi amené à suspecter la fidélité de la méthode de mesure adoptée.

Pour l'estimer, on fait 25 mesures du pH d'un papier dans des conditions aussi stables que possible. On obtient les résultats ci-dessous :

pH	5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6	5, 7	5, 8
nombre de mesures	2	3	8	5	4	0	1	2

dont la moyenne est : 5,38, la variance : 0,0341 et l'écart-type : 0,18 .

La fidélité de la méthode de mesure du laboratoire est donc caractérisée par un écart-type de 0,18 unités pH et explique, à elle seule, une fluctuation du pH de $\pm 0,54$ ($\pm 3\sigma$) autour de sa vraie valeur. Il est évident, dans ces conditions, que les limites de contrôle fixées pour la vraie valeur du pH (6 à 6,5) doivent être élargies afin de tenir compte des écarts imputables à l'opération de mesurage. On savait, certes, que la mesure du pH n'était pas parfaitement fidèle mais on ne pensait pas qu'elle puisse être responsable d'écarts aussi élevés.

L'introduction de l'erreur de mesure aléatoire nous conduit à modifier les limites de contrôle du pH moyen des livraisons.

Le technicien papetier admet que la vraie valeur du pH peut varier sans inconvénient de 6 à 6,5 unités, l'écart 0,5 représente donc 6 écarts-types, par conséquent un écart-type de $\frac{0,5}{6} \sim 0,08$ caractérise les fluctuations propres au procédé de fabrication qui permet de sortir du papier dont le pH doit suivre la distribution normale $N(6,25 ; 0,08)$.

D'autre part, l'erreur sur les mesures de pH au laboratoire suit, avec une approximation suffisante, une loi normale $N(0 ; 0,18)$ indépendante de la vraie valeur de la grandeur mesurée. La fluctuation globale de la mesure du pH (vraie valeur et erreur de mesure) est donc normale de moyenne 6,25 et de variance égale à la somme des variances propres aux deux sources de fluctuations ci-dessus, soit :

$$(0,08)^2 + 0,0341 = 0,0405 ,$$

qui correspond à l'écart-type $\sigma = \sqrt{0,0404} = 0,20$, lequel caractérise la distribution des mesures du pH.

Contrôle du pH

L'erreur systématique est négligeable car on étalonne l'électromètre à chaque série de mesures à l'eau bidistillée, l'erreur de dérive est, dans ces conditions, incluse dans l'erreur de mesure.

Pour contrôler le pH moyen des livraisons de papier, soit 6,25 unités, on fait la moyenne des 4 mesures dont l'écart-type est $\frac{0,20}{2} = 0,10$. Les limites de contrôle de la moyenne à 3 écarts-types de la valeur centrale sont alors :

$$\text{limite supérieure} : 6,25 + 3 \times 0,10 = 6,55$$

$$\text{limite inférieure} : 6,25 - 3 \times 0,10 = 5,95$$

Si l'on n'avait pris en considération que les fluctuations du procédé de fabrication, l'écart-type sur la moyenne de 4 prélèvements est 0,04 qui nous aurait donné les limites de contrôle trop sévères 6,37 et 6,13, nous aurions donc refusé des lots corrects.

Efficacité du contrôle

L'erreur de mesure n'a pas seulement pour conséquence la modification des limites de contrôle, elle diminue également son efficacité. Nous nous bornons à constater ce fait pour une seule valeur du dérèglement de la fabrication autour de sa moyenne.

Soit un dérèglement égal à 0,08, calculons la probabilité de l'accepter dans deux cas.

1/ L'erreur de mesure est nulle

L'écart-type sur la moyenne de 4 valeurs vraies du pH étant 0,04 le dérèglement est alors de 2 écarts-types la limite supérieure de contrôle étant à 3σ , la probabilité d'accepter le lot est $F(u) = F(1) = 0,84(1)$.

2/ La mesure est entachée d'erreur

L'écart type sur la moyenne de 4 mesures est 0,10 et le dérèglement est de $\frac{0,08}{0,10} = 0,8$ écart-type, comme dans le cas précédent, la probabilité d'acceptation est $F(u) = F(3 - 0,8) = F(2,2) = 0,986$.

La comparaison de ces deux probabilités d'acceptation nous montre que l'erreur de mesure atténue l'efficacité du contrôle et cela d'autant plus que le rapport erreur de mesure/erreur propre du procédé est plus grand.

Remarque

Dans le cas décrit nous avons considéré que la production fournissait des papiers dont le pH variait de 6 à 6,5 selon une loi normale. C'est le cas courant des fabrications sous contrôle.

(1) $F(u)$ est la fonction de répartition de la loi normale réduite : $F(u)$ = probabilité de trouver une valeur inférieure ou égale à u .

On aurait pu admettre une répartition quelconque de la valeur vraie du pH entre les tolérances 6 et 6,5, alors l'erreur de mesure aurait pour effet de placer les tolérances sur la grandeur mesurée à $6 - 3\sigma$ et $6,5 + 3\sigma$, σ caractérisant la fidélité de la méthode de mesure.

III - CONCLUSION

Dans tout contrôle d'une grandeur mesurable, il ne faut pas perdre de vue l'erreur de mesure qui a deux conséquences importantes :

- elle entraîne la modification des limites de contrôle de la vraie valeur de la grandeur,
- elle diminue l'efficacité du contrôle.