Le nombre d'or : réalité ou interprétations douteuses ?
Projet STS

Cyril Jaquier - Kévin Drapel

25 avril 2005

Table des matières

1
Position du problème

1.1 Introduction

Le principal but de cette section est de donner au lecteur une vue générale de la notion de nombre d'or. Celle-ci sera traitée plus en détails tout au long de ce document. Commençons par donner la définition mathématique du nombre d'or [1]. Le nombre d'or est une constante que l'on peut exprimer par $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, sa valeur numérique est d'environ 1.618. Pour des raisons de commodité, nous désignerons le nombre d'or par la lettre grec "phi" : φ. Cette notation a été introduite au début du 20ème siècle par Théodore Cook en l'honneur du sculpteur Phidias.

Ce nombre est connu depuis l'antiquité. Certains travaux attribuent sa découverte au peuple de Haute-Egypte, d'autres considèrent que les Grecs en ont la paternité. Il est toutefois possible que les hommes préhistoriques entrèrent déjà en contact avec ce nombre, sans en avoir conscience et les moyens de le définir de manière rigoureuse. Par la suite, les civilisations qui y font allusion l'ont souvent considéré pour ses vertus esthétiques. Bon nombre d'artistes, qu'ils fussent peintres, musiciens, architectes ou sculpteurs, l'ont abondamment incorporés dans leurs oeuvres. La nature semble également faire usage de ce nombre. La disposition des pétales d'une fleur, l'agencement des branches sur une tige ou encore la forme d'un coquillage sont quelques exemples souvent cités. Toute la difficulté est de distinguer les théories "douteuses" concernant le nombre d'or des réalités biologiques, mathématiques voire esthétiques. C'est ce que nous désirons analyser et démontrer avec ce rapport en réévaluant les mythes qui y sont attachés, tout en comprenant pourquoi ce nombre a eu un tel succès.

1.2 Explication mathématique

Le nombre d'or est égal à $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1.618033989$ pour en donner une bonne approximation.

Considérons une droite AB, et partageons-la en deux segments par le point C. Nous nous trouvons alors en présence d'une section d'or si le rapport entre AC et CB est égal au rapport entre AB et AC, donc si

[1] Une explication plus technique sera donnée dans la section suivante.

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} = \varphi \tag{1.1}$$

En effet, la résolution de l'équation (1.1) par rapport à AC en posant $CB = 1$ donne parmi ses solutions φ. Récrivons l'équation en prenant donc AC comme inconnue x et $CB = 1$, en remarquant que $AB = AC + CB = x + 1$:

$$\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x} \quad \text{ou encore sous une forme conventionnelle} \quad x^2 - x - 1 = 0 \tag{1.2}$$

Les solutions de cette équation du second degré sont $x = \frac{\pm\sqrt{5}+1}{2}$. Puisque ce sont des longueurs de segments dont il est question ici, on ne retient que la solution positive ce qui nous donne $AC = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = \varphi$

On peut maintenant donner une première définition qualitative du nombre d'or , après avoir donné sa définition quantitative : "Le nombre d'or représente la longueur du plus grand segment d'une droite séparée en deux segments si cette longueur est égale au rapport de la longueur totale de la droite avec cette longueur elle-même". On constate également que φ est le *seul* nombre dont l'inverse est lui-même amputé de l'unité.

Cette brève explication mathématique démontre quelques propriétés étonnantes du nombre d'or. Celui-ci apparaît dans bien d'autres raisonnements mathématiques qu'il serait trop long de développer ici.

1.3 Présentation des domaines considérés pour l'étude

Dans le cadre de cette analyse sur le nombre d'or , nous allons aborder différents secteurs faisant référence à ce nombre. Nous avons décidé d'axer nos recherches sur le côté "esthétique" de φ. Il nous semble en effet plus intéressant d'évoquer cet aspect plutôt que celui purement mathématique du nombre d'or, une nébuleuse peuplée de formules diverses et de relations que nous n'avons que brièvement abordées dans la section précédente et dont la véracité n'est pas à remettre en doute de part leur définition. C'est pourquoi notre choix se porte sur un nombre restreint de domaines qui seront décrits dans les chapitres suivants de cette étude :

- l'art
- la botanique
- l'anatomie humaine

Comme expliqué précédemment, ces différents aspects ont en commun de faire appel à une notion de "beau". Il serait possible d'analyser de nombreux autres domaines mais ceux retenus sont à l'origine de beaucoup d'engouement de la part des partisans du nombre d'or et sont fréquemment évoqués dans la littérature contemporaine. Un sondage effectué auprès des étudiants de l'EPFL permet d'évaluer les critères subjectifs et leur connaissance sur ce nombre.

2

Analyse d’un mythe

2.1 "De divina proportione" et les origines antiques

Euclide fut le premier à avoir évoqué φ sans y attacher toutefois une quelconque analyse esthétique. Au 12ème siècle, Fibonacci dans *"Liber abaci"*, rencontre le nombre d’or inconsciemment à travers la suite qui porte son nom. Ce n’est que trois siècles plus tard que la proportion associée à φ réapparaît explicitement grâce au travail du moine Luca Pacioli. Son étude, rédigée à Milan en 1498 s’intitule *"De Divina proportione"*.

Pacioli y reprend le travail d’Euclide et l’éclaire fort de ses connaissances en tant que professeur de mathématiques. Il exprime les démonstrations géométriques présentes dans les *"Eléments"* avec le formalisme de l’époque. L’auteur traite des particularités des corps réguliers, des pyramides et des colonnes polygonales mais étant limité par les dessins, il décide de confectionner lui-même ses figures géométriques avec des baguettes en bois. On suppose que Léonard de Vinci a participé à la réalisation des schémas et des volumes. C’est cette collaboration qui a marqué le début d’un amalgame forcé entre l’art et la *divine proportion* de Pacioli. Le nombre d’or quant à lui n’est pas exprimé en tant que valeur mais sous la forme d’une proportion, la même que celle d’Euclide, une *"division en moyenne et extrême raison"*. Pacioli s’émerveille des possibilités géométriques offertes par ce rapport et le moine franciscain qu’il est ne peut qu’attribuer ces qualités à une action divine. De plus, il se concentre sur un ensemble de définitions provenant des différents livres des *"Eléments"*, isolant ainsi "treize effets" qui lui paraissent fondamentaux pour décrire les figures comme le pentagone et le dodécaèdre. Ces cardinalités ne sont pas hasardeuses et font allusion à des épisodes bibliques. Pacioli fait référence en particulier aux "douze apôtres et notre Sauveur" et voit dans le dodécaèdre la représentation de l’Univers comme l’avait suggéré Platon. Certains auteurs s’accordent à dire que Platon avait entamé des investigations sur la "section" d’Euclide mais cette thèse est controversée par manque d’éléments significatifs. Pacioli ajoutera par la suite des annexes consacrées aux proportions du corps humain et à l’architecture. Ces explications sont directement tirées d’un ouvrage de Vitruve et d’un autre de Piero della Francesca, un contemporain de Pacioli. L’ouvrage de Pacioli reste principalement un traité de géométrie, les annexes mentionnées précédemment proviennent d’autres auteurs et n’impliquent pas le nombre d’or. Il est important d’ajouter que Vitruve ne fait nulle part référence à Euclide et ses *"Eléments"*.

La *divine proportion* étant une incarnation de Dieu dans les formes, le nombre d'or est tout autant magique que la racine de 2 dans la diagonale d'un carré. Pacioli ne fait pas allusion au beau esthétique, sentiment hautement subjectif, mais à une beauté mathématique avec les propriétés étonnantes issues de la géométrie. Il considère d'ailleurs la musique et la peinture comme des *"disciplines mathématiques"* sans toutefois donner de directives quant à l'élaboration d'une oeuvre musicale à partir de ses principes. Léonard de Vinci rédige pendant ce temps son remarquable *"Traité de la peinture"* qui paraîtra après sa mort. Il fait allusion à une *"divine proportion"*, *"divine beauté"* et *"divine nature"*. En dépit des termes employés, sa *divine proportion* ne reflète pas directement celle de Pacioli qui reste liée aux mathématiques. Pour Vinci, un corps ne doit pas présenter d'irrégularités dans ses rapports. L'ensemble doit être harmonieux pour suivre le caractère divin, l'artiste n'étant en quelque sorte que l'extension de la main de Dieu. La *divine proportion* de Vinci est relative à d'autres aspects et dépend de la manière d'approcher l'oeuvre.

Des erreurs de traduction et d'interprétations des textes grecs peuvent aussi expliquer cette confusion qui règne autour du nombre d'or. Les Grecs employaient deux termes pour désigner les proportions : *symmetria* et *proportio*, leur signification varie selon le domaine considéré (art ou géométrie).

Vitruve avec ses fractions architecturales $2/3$ $(= 0.666)$ et $3/5$ $(= 0.6)$ ainsi que le rapport $5/8$ pourrait en conséquence apparaître, avec un peu de mauvaise foi, comme un adepte du nombre d'or. En observant ces rapports, on se rend compte qu'ils annoncent l'utilisation de la suite de Fibonacci (1,1,2,3,5,8, ..., $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$) pour renforcer le mythe. Les numérateurs et dénominateurs sont tous issus de cette suite et, dès le 16ème siècle, il est prouvé que le rapport entre les éléments successifs de la suite tend vers le nombre d'or.

Avec toutes ces hypothèses favorables à φ , il est facile de déduire abusivement que Vinci (via Pacioli et son annexe sur Vitruve) accompagné de bon nombre d'artistes de la Renaissance font usage du nombre d'or dans leurs oeuvres.

2.2 Les précurseurs contemporains

Après la Renaissance, les périodes baroque et classique attachent moins d'importance au nombre d'or. La plupart des travaux portent sur la compréhension des écrits des siècles précédents. L'astronome Johannes Kepler n'apportera rien de nouveau à la théorie déjà établie et appréciera avec la même ardeur que Pacioli le caractère "divin" de ce trésor de la géométrie. Jusqu'au 19ème siècle, le nombre d'or est mentionné dans les diverses encyclopédies qui sont légion à l'époque des Lumières. Peu de recherches essaient de remettre en cause ou de valider les vérités émises à son sujet et les amalgames perdurent. Etienne Montucla écrit en 1758 dans son "Histoire des Mathématiques" que la divine proportion de Pacioli et les corps réguliers sont désormais "*(considérés) avec assez de justice, comme une branche inutile de la géométrie*" [21].

Il faut attendre le milieu du 19ème siècle pour que le nombre d'or ressurgisse avec les investigations de plusieurs Allemands. Cette nation est en pleine effervescence intellectuelle, que ce soit au niveau de la littérature, de la science et de la philosophie. En bons scientifiques, les chercheurs d'Outre-Rhin vont essayer de formaliser les liens entre le nombre d'or, l'esthétisme et l'architecture[1].

Un nom qui reviendra souvent au cours de ce chapitre est celui du philosophe Adolf Zeising. Il se met à rechercher frénétiquement φ dans les oeuvres antiques (Phidias), les bâtiments grecs (Parthénon) et les cathédrales. Avec des constructions complexes basées sur des segments et des rectangles, il affirme

[1] L'Allemagne est réputée à l'époque pour ses fouilles en Grèce et en Egypte avec notamment le célèbre archéologue Heinrich Schliemann, découvreur de Troie et Mycènes.

mettre en évidence l'harmonie dans les tableaux de la Renaissance qui, selon lui, suivent les critères géométriques imposés par φ . Nous verrons dans le chapitre consacré à la peinture que ces enchevêtrements de lignes sont à sérieusement mettre en doute. Zeising continue ses recherches et les appliquent à la morphologie du corps humain. En 1854, il achève son première ouvrage intitulé "*Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers*" ("Nouvelles leçons sur les proportions du corps humain") [28].

Une dizaine d'années plus tard dans un article nommé "Das Pentagramm" , Zeising révèle ses découvertes sur cette forme (une étoile à cinq branches construite à partir d'un pentagone) qui doit être considérée selon l'auteur comme la "*manifestation la plus évidente et la plus exemplaire de cette proportion*" [29]. Pour cautionner ses dires, il cite les mathématiciens et philosophes grecs qui ont travaillé sur le pentagone. Il ajoute que Pythagore serait à l'origine de la section d'or. Sans s'aventurer dans des démonstrations et des preuves historiques qui auraient été nécessaires pour crédibiliser son étude, Zeising joue la carte de la sécurité et se contente de lier les chercheurs hellènes, donc le pentagone, avec son pentagramme. Il fait ainsi une déduction rapide à partir d'hypothèses métaphysiques pour en arriver à un énoncé d'une loi universelle basée sur le pentagramme et au final, le nombre d'or [6]. Il avoue que sa loi peut être difficile à trouver et qu'il ne faut pas abandonner. Pourquoi une loi si universelle et parfaite, avec des principes simples, devrait-elle nécessiter des investigations poussées pour être appliquée ? Zeising n'y répond pas mais malgré les critiques, son travail aura un impact très significatif en Europe.

En 1865, le chirurgien Franz Liharzik publie "Das Quadrat", ses convictions au sujet de φ [19]. Fervent partisan des idées de Zeising, Liharzik pense renforcer cette théorie en émettant une hypothèse historique qui ne repose sur rien de concret. Il existerait une science mathématique absolue, très ancienne et oubliée depuis des siècles, qui aurait catalogué toutes les lois qui régissent la nature. Cette discipline était connue par un groupe restreint d'individus qui possédaient le savoir. Il ajoute que cette preuve est "incontestable" (il fait référence à ϕ, π et les carrés magiques).

Un physicien de Leipzig, Gustav Fechner, va entreprendre des analyses plus sérieuses après avoir lu les ouvrages de Zeising. Fechner s'attaque ensuite à l'anatomie et découvre des rapports plus simples que ceux attribués au nombre d'or. Il ajoute que les expériences de Zeising ne sont pas convaincantes, elles sont facilement réfutées avec des contre-expériences. Rien ne semble indiquer alors que le nombre d'or soit nécessaire ou présent dans le corps humain. Nous détaillons dans la section *Expérience de Gustav Fechner* le procédé qu'il a utilisé. Avec son approche scientifique, Fechner fait place à un esthétisme psychologique et subjectif plutôt qu'une beauté soumise au caractère coercitif des lois mathématiques [8].

Malgré ces contre-expertises du travail de Zeising, les adeptes de φ sont de plus en plus nombreux et comptent même parmi eux d'éminents mathématiciens qui, sans totalement accepter l'ensemble de l'oeuvre de Zeising, sont plutôt favorables à ses thèses architecturales.

Pendant ce temps, la France voit émerger plusieurs courants artistiques, annonciateurs d'une expansion du règne du nombre d'or. Certains scientifiques français sont convaincus de l'importance de la section d'or. On étudie et mesure le Parthénon, des délégations sont envoyées en Egypte pour analyser les pyramides et sur le territoire, on regarde de plus près les dimensions du Louvre, de l'Arc de Triomphe et des nombreuses cathédrales du pays. De nombreux travaux sont publiés, principalement sur les triangles et la géométrie des corps réguliers. Edouard Lagoût, dans un souci de synthèse, invente une formule du beau aux vertus esthétiques avec ses termes tirés de la suite de Fibonacci : $B = 2^{\pm m}(1 \cdot 3^{\pm n} \cdot 5^{\pm p})$. La complexité de cette formule et le manque d'applications pratiques l'ont vite envoyée aux oubliettes. Dans cette effervescence d'idées, la critique n'en demeure pas moins présente et conteste cet engouement pour l'Antiquité et la volonté de codifier la beauté en des termes mathématiques, si possible en

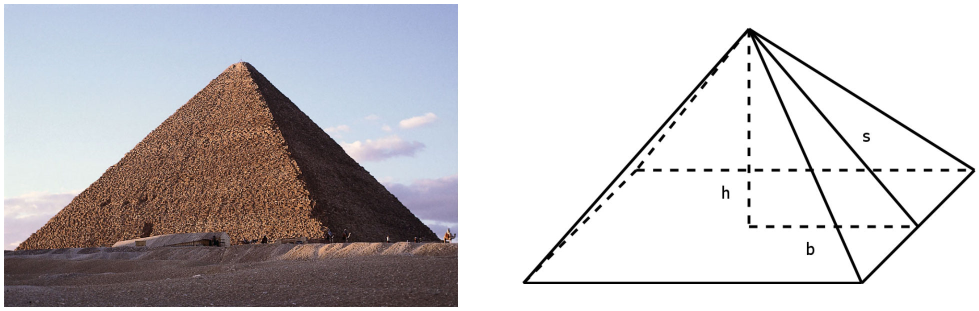


FIG. 2.1: La Grande Pyramide de Kheops et une vue schématique de ses dimensions

faisant référence à la Grèce et ses philosophes.

Comme l'Allemagne avec Zeising, la France verra en Charles Henry son prophète de la cause du nombre d'or. Ce peintre émettra un ensemble de théorèmes et de lois basées sur celles de Zeising sans oublier d'y ajouter une connotation psychologique et une rigueur scientifique [16]. Ses relations avec des peintres célèbres comme Seurat et Pissaro permettront à ses idées d'émerger dans les milieux artistiques. Henry propose une théorie séduisante car elle met un peu de côté les mathématiques pour laisser la part belle aux couleurs, aux angles et à la subjectivité. Il attire les foules et remporte un grand succès avec ses ouvrages "Introduction à une esthétique scientifique", "Le cercle chromatique" et "L'esthétique des formes". Charles Henry aime éliminer les "vérités métaphysiques" et il prône la "vérité scientifique" en tant que liberté permettant de distinguer le beau du laid. Il propose un autre système pour la construction des polygones, principe attribué à Gauss et qui ferait intervenir les polygones possédant un nombre de côtés satisfaisant 2^n, 2^{n+1} ainsi que le produit entre ces deux nombres. La section d'or chère aux Allemands et équivalent de la divine proportion de Pacioli sera évoquée par Henry aux côtés d'une autre proportion, l'harmonique des Grecs qui prend la forme $a/c = (a-b)/(b-c)$.

Henry n'ira toutefois pas aussi loin que Zeising dans son attachement au nombre d'or. En 1895, il renonce définitivement à quantifier la beauté avec des postulats rigides et raconte comment le problème de la beauté lui paraît insoluble. Les artistes et architectes (Le Corbusier) seront par la suite particulièrement influencés par les travaux de Matila Ghyka.

Ghyka est un prince roumain fasciné par le nombre d'or. Il publie deux ouvrages qui auront une portée retentissante. Le premier, "L'Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts", rédigé en 1927 et publié en 1933 [13]. Son oeuvre est toutefois entachée de nombreuses erreurs et d'imprécisions, il mélange sans remord les déductions vides de preuves avec des aspects mystiques invérifiables. Citons par exemple la présence des racines du nombre φ . Ghyka trouve dans les temples grecs la présence de $\sqrt[4]{\phi}$ mais ne précise pas comment les ingénieurs hellènes auraient pu extraire de telles racines alors qu'il s'agit d'un calcul compliqué qui nécessite des logarithmes (étudiés par Neper au début du 16ème siècle). Ghyka mentionne aussi des fractions comportant des puissances de φ au dénominateur : $1/\phi^3$ (0.382) et $1/\phi^4$ (0.236). Outre les problèmes de calculs, ces fractions sont proches de rapports plus simples comme $1/4$ pour $1/\phi^4$. Le prince fait fréquemment allusion aux travaux de Zeising qui, comme nous l'avons vu, sont vivement contestables.

2.3 Art

S'il existe plusieurs sujets où le nombre d'or est très présent, l'art est sans conteste son plus digne représentant. Nous allons à présent discuter de quelques études menées en architecture et en peinture. L'ampleur de la littérature sur ce thème rend impossible une critique exhaustive de tous les concepts émis au cours des siècles. Nous nous sommes dès lors efforcés de retenir les faits les plus marquants.

2.3.1 L'architecture

La Grande Pyramide de Kheops

De nombreuses personnes ont cherché la présence du nombre d'or dans *la Grande Pyramide de Kheops* (cf. figure 2.1) qui fut construite 2500 av. J.-C. Certains auteurs prétendent que le monument fut érigé de manière à ce que le rapport entre la longueur du plan incliné et sa demi-base soit égal à φ . Sur le schéma 2.1, b représente la demi-base et s la longueur dans le sens de la pente de l'une des faces. Nous allons utiliser 230.364 mètres pour la longueur totale de la base et 146.73 pour la hauteur de la pyramide. Ces valeurs sont données par plusieurs sources avec des différences relativement faibles. Il faut toutefois noter que l'ensablement de l'édifice, les déformations imputées à sa considérable masse ainsi que les points de référence considérés font que les multiples mesures sont à manier avec précaution. La valeur de s est simplement trouvée à l'aide du théorème de Pythagore :

$$b^2 + h^2 = s^2$$
$$(\frac{230.364}{2})^2 + 146.73^2 = s^2$$
$$s = 186.53$$

Nous arrivons ainsi à un rapport de $186.53/115.18 \approx 1.62$ qui est très proche de la valeur exacte du nombre d'or . Il convient cependant d'analyser plus en détail ce résultat. Un certain nombre de livres affirment que la Grande Pyramide aurait été construite de manière à ce que *"la surface d'un carré dont les faces est la hauteur de la Grande Pyramide soit égale à la surface d'un triangle d'une face"*. Ces dires sont tirés d'Herodotus, historien grec. Cela implique que le rapport entre la longueur du plan incliné de l'une des faces et la demi-base est égal au rapport d'or[2].

Fischler et Gillings ont cependant déclaré que cette interprétation d'Herodotus est fausse. Aucun partisan de cette théorie ne spécifie l'endroit de ce passage dans l'oeuvre de l'historien hellène. De plus, les auteurs qui le citent ne donnent aucune raison quant à l'utilisation du nombre d'or dans la pyramide par les Egyptiens. Il est à nouveau probable qu'il s'agisse plus d'une coïncidence que d'une description réaliste.

Il est encore intéressant de noter que certains auteurs ont remarqué la présence de 2π dans le rapport entre la circonférence et la hauteur de cette pyramide. Encore une fois, est-ce une coïncidence ou y'a-t'il des explications pour corroborer ce fait ? La réponse à cette question sort du cadre de notre étude mais montre bien qu'en cherchant quelque peu, il est bien souvent possible de trouver une profusion de rapports.

Le Parthénon

De nombreux auteurs affirment que le nombre d'or serait également présent dans la construction du fameux Parthénon (voir figure 2.2). Ceux-ci essayent de faire entrer la façade frontale de ce monument dans un rectangle d'or. Cependant, certaines parties se retrouvent bien souvent en dehors de celui-ci, ce

[2] La démonstration mathématique ne sera pas faite ici mais laissée en exercice au lecteur.

FIG. 2.2: Le Parthénon (V^{e} s. av. J.-C)

qui ne semble pas gêner les auteurs. Huntley propose ainsi un rectangle qui correspond bien au toit mais qui n'inclut alors que trois des quatre marches de la façade. Pour sa part, Ghyka propose d'inclure les quatre marches avec pour conséquence un toit qui n'entre plus aussi parfaitement dans le rectangle. Il faut également noter que les dimensions données pour cette construction varient selon les sources, il est vraisemblable que les points de référence diffèrent entre les auteurs. Cette myriade de valeurs permet à tout fidèle du nombre d'or de choisir les quantités qui correspondent le mieux à ses besoins. Trachtenburg et Hyman proposent pour leur part les dimensions suivantes :

Hauteur	13.71 m
Largeur	30.78 m
Longueur	69.49 m

Ils ne spécifient cependant pas les points à partir desquels les mesures ont été réalisées. Ces valeurs donnent ainsi des rapports de $largeur/hauteur \approx 2.25 = 9/4$ et de $longueur/largeur = 2.25$, proportions nettement en dehors d'un intervalle acceptable pour le nombre d'or .

Il est ainsi difficile de concevoir que le nombre d'or ait être utilisé par les architectes hellènes pour la création du Parthénon. Cet exemple est pourtant cité à maintes reprises dans des livres.

2.3.2 La peinture

Nous allons maintenant présenter quelques tableaux de grands peintres, français en particulier et voir si le nombre d'or apparaît dans leurs compositions.

Leonard de Vinci

Bien évidemment de nombreux auteurs ont cherché des traces de φ dans les oeuvres de Leonard de Vinci. Par exemple, Bergamini fait une analyse du tableau *Saint-Jérôme* qui n'a jamais été terminé par Vinci. Il prétend qu'un rectangle d'or entoure parfaitement le personnage de St-Jérôme. Cela démontrerait selon les ardents défenseurs du nombre d'or l'intérêt de cet artiste pour φ . Comme expliqué dans la section *"De divina proportione" et les origines antiques*, les fondations de cette thèse sont fragiles. Nous avons reproduit sur la figure 2.3 aussi précisément que possible le découpage de Bergamini.

A première vue, il semble clair que le rectangle est placé de manière quelque peu arbitraire. Le côté supérieur ne touche pas la tête, la partie gauche ne touche pas le corps du Saint mais seulement une pièce

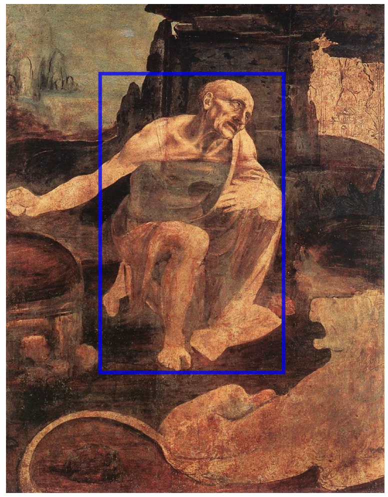
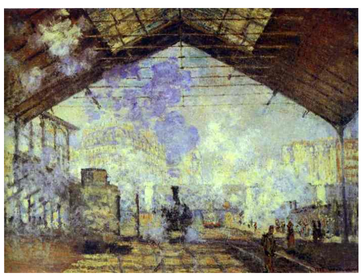
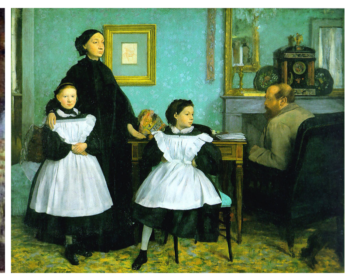


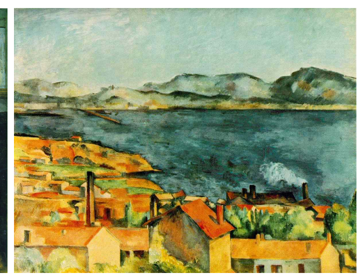
FIG. 2.3: "Saint-Jérôme" par Léonard de Vinci



(a) Monet, "La Gare de Saint-Lazare"



(b) Degas, "La Famille Bellelli"



(c) Cézanne, "Le Golfe de Marseille vu de l'Estaque"

FIG. 2.4: Trois peintres du courant impressionniste

d'étoffe. De plus, le bras droit du sujet dépasse allègrement les limites du rectangle. Bergamini prétend également que Mondrian et Seurat ont utilisé la proportion d'or dans leurs peintures. Encore une fois, il trace sur les toiles des rectangles sans donner d'explications précises sur sa méthode d'analyse.

Claude Monet

Monet a souvent construit ses tableaux à l'aide de moitiés successives [3]. Dans son oeuvre *La Gare de Saint- Lazare* (figure 2.4(a)), Monet tire parti de la charpente métallique pour distribuer les ombres et les lumières jusqu'au quart. Il donne à la marquise bien centrée une largeur égale à la moitié du tableau. La locomotive est presque centrée sur la toile. Afin de bien marquer les quarts à gauche et à droite, Monet peint respectivement un wagon et un cheminot.

[3] Cette technique consiste à scinder une distance en deux parties et procéder de la sorte avec les nouvelles parties.

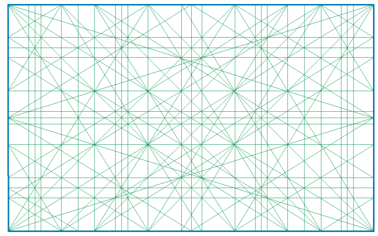


FIG. 2.5: Le rectangle d'or de Wiener

Edgar Degas

Cet artiste possède une maîtrise parfaite des divisions simples qu'il utilise pour disposer les personnages et les objets sur ses toiles. Il prend cependant des libertés en ne choisissant souvent non pas la médiane centrale exacte ou d'autres subdivisions mais des zones intermédiaires, tantôt proches du centre tantôt s'en éloignant. Dans *La Famille Bellelli* (2.4(b)), les personnes sont disposées de manière symétrique, selon la moitié et les quarts. La hauteur du fauteuil de droite correspond aux $5/8$ de la hauteur de la toile.

Paul Cézanne

Cézanne utilise lui aussi des divisions simples pour créer ses tableaux. *Le Golfe de Marseille vu de l'Estaque* (2.4(c)) en est un exemple. La côte, au premier plan, est disposée à gauche au $5/8$ de la hauteur. Le golfe sur la gauche, entre $5/8$ et le quart supérieur et au fond, Marseille et les îles, entre le quart supérieur et le huitième. Par la suite, le peintre va peu à peu dépasser cette technique des divisions pour atteindre un art plus abstrait, basé sur d'autres intérêts comme les couleurs.

Et le nombre d'or ?

Avons-nous rencontré le nombre d'or dans les trois exemples précédents ? Tout porte à croire que non. Ces artistes se contentent d'utiliser des symétries ainsi qu'un espace intermédiaire délimité par la médiane et les quarts. Les demi-quarts[4] se trouvent dans cette zone et sont souvent employés dans la composition de la toile. Comme précisé plus haut, il ne s'agit pas d'une règle immuable mais plutôt d'une méthode flexible adaptée à l'oeuvre.

En général, les oeuvres donnent plutôt raison à Fechner[5], la symétrie étant souvent présente. Il est par contre difficile de confirmer la théorie de la perfection esthétique de Zeising (cf. section "Les précurseurs contemporain"). Si les rapports $3/8$ ou $5/8$ se retrouvent dans une toile, ils ne figurent qu'après subdivision de quarts déjà présents.

Il est également intéressant de citer le rectangle d'or de Wiener (figure 2.5). Tous les rectangles et les lignes contenus dans cette figure ont un lien avec φ . Avec une telle quantité d'éléments à sa disposition, une analyse sur une oeuvre quelconque aura de forte chance d'y déceler la section d'or. Un quadrillage similaire mais basé sur un autre nombre apporterait à coup sûr son lot d'emplacements magiques.

Ceci n'est qu'un bref aperçu d'un domaine dans lequel le nombre d'or brille par sa présence[6], il serait vain de vouloir analyser l'ensemble des théories émises par les principaux intéressés.

[4] $3/8$ et $5/8$

[5] Gustav Fechner a été présenté dans le chapitre *Les précurseurs contemporains* et sera encore largement évoqué dans la section *Expérience de Gustav Fechner*, plus loin dans ce document.

[6] Notre sondage démontre qu'une majorité des étudiants lie φ à l'architecture et à la musique.

2.4 Botanique et phyllotaxie

Dès ses débuts, le nombre d'or a été associé à la beauté naturelle des plantes. La perfection symbolisée par les spécimens botaniques ne pouvait qu'éveiller chez l'homme la volonté de comprendre ces réalisations. Nous allons voir que le nombre d'or s'affranchit d'une quelconque signification religieuse dans la botanique et que des faits scientifiques permettent d'expliquer son intervention dans ce domaine.

Léonard de Vinci a observé la répartition régulière des éléments constitutifs des végétaux. Toutefois, le Grec Theophrastus mentionne deux siècles avant J.C. que les plantes à "feuilles plates" suivent un certain ordre.

Vinci va plus loin dans ses recherches et remarque que les feuilles se placent le long de la tige en s'écartant avec un angle constant, angle plus connu sous le terme de "divergence". Vinci écrit également dans son célèbre livret que les tournesols présentent des arrangements spiralés au centre de la fleur. Ces spirales que les scientifiques appellent "parastiches" sont disposées de manière similaire pour toutes les fleurs d'une même espèce. Au 18ème siècle, Charles Bonnet propose quatre catégories d'arrangements de feuilles. En 1830, Karl Schimper détecte le lien entre le nombre de parastiches présent dans une espèce et la suite de Fibonacci. D'autres études au cours du 19ème siècle vont confirmer et améliorer les thèses déjà émises dans cette discipline qui porte le nom de phyllotaxie. De nombreuses espèces sont répertoriées et les scientifiques examinent attentivement leur nombre de parastiches. Toutes les observations confirment que ces cardinalités proviennent de la suite de Fibonacci.
Dans une fleur comme le tournesol, les parastiches sont disposées dans deux sens mais le nombre de spirales n'est pas égal selon l'orientation. Il y a 34 spirales dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sénestres) et 55 spirales dans l'autre sens (dextres). Il est plus aisé de les compter sur une pomme de pin vue du dessus comme dans la figure 2.6.

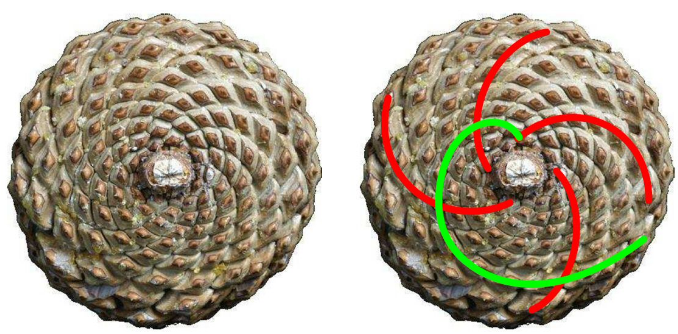


FIG. 2.6: Une pomme de pin avec des spirales très marquées. A droite, les parastiches au nombre de 13 dans le sens des aiguilles d'une montre (rouge) et 8 dans le sens inverse (vert).

Les écailles d'une pomme de pin portent le nom de primordia. Ce terme s'applique de manière plus générale aux autres fleurs mais également aux embryons de feuilles. Les primordia constituent les différentes spirales et croissent depuis le centre de la fleur à l'extrémité de la tige. Cette zone circulaire minuscule (moins de un dixième de millimètre) qui génère les primordia est l'apex. L'apex forme des bourgeons à intervalle régulier, selon l'angle de divergence. Quand les primordia grandissent, ils se repoussent et s'écartent de l'apex pour migrer vers la périphérie de la tige ou de la fleur. Selon l'âge de la plante, l'apex sera à l'origine des feuilles, des sépales ou des pétales [10].

En 1860, le botaniste allemand Wilhelm Hofmeister remarque que les primordia se succèdent avec la même divergence quelque soit l'évolution ou l'âge du végétal. Il découvre une règle importante : un nouveau primordia se place à intervalle régulier de manière à être le plus éloigné de ses congénères.

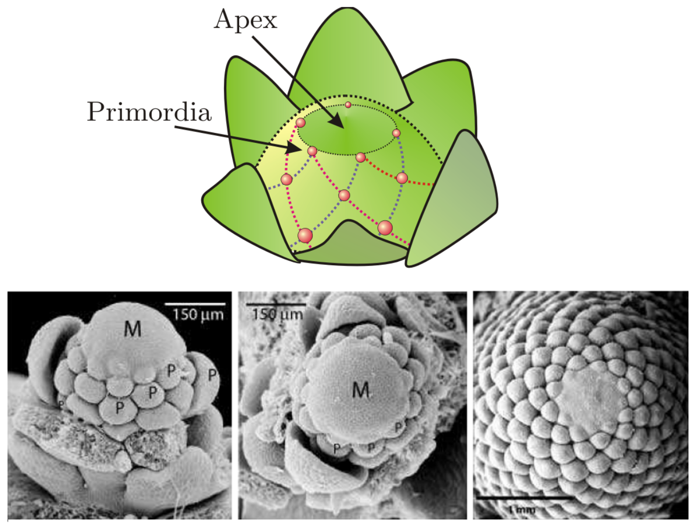


FIG. 2.7: Schéma de l'apex et des primordia. En bas, microphotographies d'une jeune marguerite.

Cette structure lors de la croissance explique l'universalité des spirales dans les plantes. En endommageant l'apex, on peut toutefois perturber l'évolution de la plante et observer des arrangements irréguliers. Des expériences sur ce sujet ont été menées par l'anglais Snow dans les années cinquante. Il change la règle de Hofmeister et stipule que les primordia apparaissent non pas à intervalle régulier mais dès qu'un emplacement devient libre et satisfait les conditions requises pour une croissance correcte du primordia. Il prend ainsi le premier espace libre et non le plus grand comme dans la théorie de Hofmeister. Avec cette nouvelle thèse, Snow peut expliquer les dispositions particulières des plantes qui ne comportent pas de spirales. De plus, Snow montre que l'on peut transformer une plante "spiralée" en une plante "verticillée" en incisant l'apex. Cette expérience semble favorable à la théorie de Alan Turing vieille de quelques années à l'époque de Snow et qui mentionne la présence de substances chimiques contrôlant la croissance des primordia par diffusion. La disposition des spirales, donc Fibonacci et le nombre d'or, ne sont ainsi pas inscrite dans les gènes mais sont au contraire le résultat d'une croissance dirigée par la chimie et la physique. Dans la nature, 4% des spécimens spiralés présentent des différences et suivent la suite de Lucas (1,3,4,7,11,18,...) [18]. De telles situations sont souvent provoquées par des dommages sur l'apex lors de la croissance du végétal.

La plante cherche à optimiser son exposition à la lumière et l'arrangement qui donne le meilleur résultat est celui dont l'angle de divergence s'approche de l'angle d'or : $137.5°$.Nous avons écrit un petit programme qui permet d'afficher des spirales selon plusieurs angles, il est intéressant de constater que l'angle d'or permet un arrangement harmonieux. En s'écartant légèrement de cette valeur, la disposition des parastiches devient irrégulière de manière significative.

En testant des valeurs comprises entre $60°$ et $180°$, on note que l'angle d'or n'est pas le seul nombre possible pour obtenir des "spirales de Fibonacci". On peut retenir par exemple $156.8°$. Pour expliquer ce phénomène, les botanistes ont introduit dans leurs calculs un facteur de croissance des primordia symbolisé par la lettre G [15]. Cette valeur change au cours de l'évolution de la plante et indique à quelle vitesse les primordia s'écartent du centre de la fleur en fonction du rayon de l'apex. Une jeune plante aura un G important et produira un nombre important de feuilles en peu de temps. Quand elle vieillit, G diminue, la plante entre alors dans un stade de floraison. La divergence de la plante n'est pas toujours constante mais varie en fonction de G. Les scientifiques ont calculé sur ordinateur les différentes possibilités que la plante peut emprunter. Une grande majorité des plantes suit une courbe régulière le long de la courbe théorique, c'est le chemin le plus facile. Cependant, une plante subissant un accident peut soudainement changer de branche suite aux modifications de son facteur G et terminer avec des angles différents de l'angle d'or. La figure 2.8 montre les divers embranchements qui peuvent être traversés par la plante.

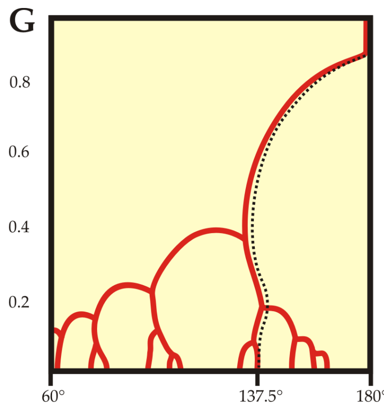


FIG. 2.8: Angle de divergence en fonction du facteur G. Les branches rouges sont celles calculées par ordinateur. La courbe pointillée représente le chemin choisi par une plante sans anomalies.

Tout dépend de la réorganisation et de la répulsion mutuelle des primordia. Quand G diminue, les primordia se trouvent à l'étroit et doivent modifier leur emplacement. Deux choix sont alors possibles selon certaines valeurs critiques de G. Dans la nature, ces deux possibilités ne sont pas symétriques et les plantes bifurquent toujours sur la même.

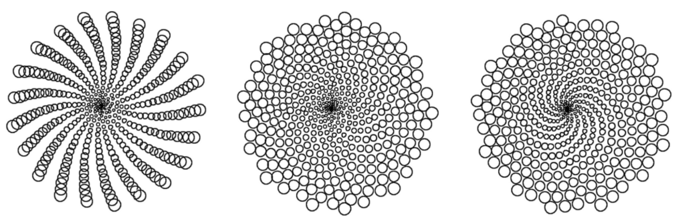


FIG. 2.9: A gauche : 137.2°. Au centre : 137.5° (angle d'or). A droite : 137.9°.

Ce résultat relativement récent (1992) est dû à deux physiciens français : Stéphane Douady et Yves Coudert [7]. Ils ont procédé à une expérience qui confirme le caractère physique du phénomène de répartition des primordia. L'expérience consiste à laisser tomber des gouttelettes de ferro-fluide[7] dans une coupelle remplie de gel de silicone. Un robinet déverse à intervalle régulier un peu de liquide au centre du récipient et les gouttes se déplacent vers les bords grâce à l'action de champs magnétiques judicieusement positionnés. Ces gouttes se repoussent aussi mutuellement. Les Français remarquent que la disposition des petites billes de fluide est étroitement liée au débit du robinet, équivalent du facteur G dans la plante. Avec les bons paramètres, les chemins empruntés par les gouttes sont similaires à ceux des plantes et forment des spirales dont le nombre s'élève à un élément de la suite de Fibonacci. Cette simulation confirme la présence d'un schéma de répulsion/attraction chez les primordia produits par

[7] liquide aimanté.

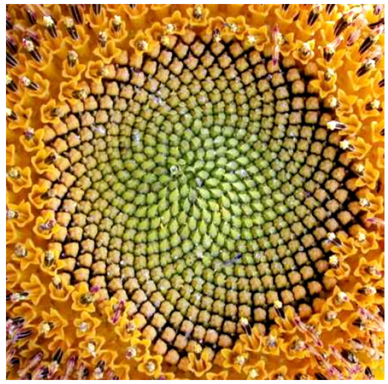


FIG. 2.10: Le centre de la fleur de tournesol : les spirales les plus frappantes du monde végétal (34 et 55 parastiches)

l'apex de telle sorte qu'ils divergent selon l'angle d'or. Toutefois, les hypothèses limitées sur lesquelles repose cette simulation ne permet pas d'en tirer une théorie révolutionnaire pour la phyllotaxie. Les scientifiques sont cependant d'accord sur le fait que le nombre d'or permet un empilement maximum des fleurons. Le nombre d'or via l'angle d'or intervient donc dans la solution d'un problème complexe d'optimisation géométrique.

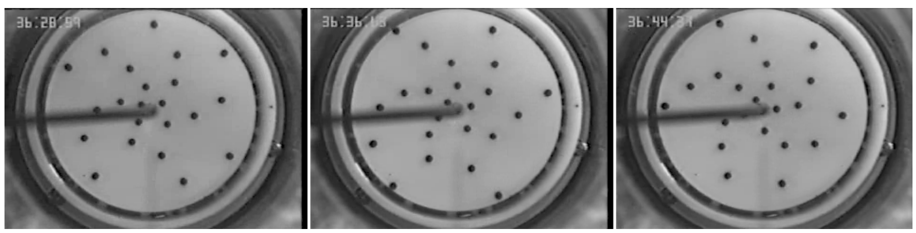


FIG. 2.11: Expérience de Douady et Coudert. Huit secondes séparent chaque prise de vue.

La phyllotaxie est un domaine dans lequel beaucoup de questions restent ouvertes, on ne sait pas vraiment comment les mécanismes internes de l'apex et des primordia sont programmés . Les progrès dans les méthodes d'analyse chimique au sein d'un organisme vivant permettront sans doute de lever le voile sur tous les mystères de la croissance des plantes et d'en formaliser les concepts. Nul ne sait si le nombre d'or perdra au passage un peu de son caractère secret et magique.

2.5 Les liens entre la morphologie et le nombre d'or

Les proportions dans le corps humain ont souvent été l'objet d'études visant à déterminer les harmonies présentes chez les individus. La longueur des membres, la forme du visage et des mains, un nombre incroyable de paramètres pouvant intervenir dans ces dimensions ont été décortiqués, examinés et synthétisés par les partisans du nombre d'or. Qu'en est-t-il vraiment des différentes théories de morphométrie ? Nous verrons que bon nombre de postulats sur la morphologie font appel à un canon de beauté chez l'homme. Les règles préconisées éliminent *de facto* les individus considérés comme "disgracieux". Les auteurs de ces travaux seront ainsi à l'origine de nombreux dérapages en terme d'éthique et de racisme.

Comme expliqué dans la partie consacrée à l'historique du nombre d'or, Vitruve de Rome semble être le premier à citer la présence de rapports dans le corps humain. Ses mesures indiquent que des fractions simples comme $1/6$ ou $1/8$ permettent de faire un plan respectant les proportions des membres chez un être "parfait". La référence immédiate à cette harmonie est l'Apollon grec. Vitruve indique qu'un corps allongé avec les bras écartés et les jambes étendues est inscrit dans un cercle dont le centre est le nombril, le vrai centre du corps se trouvant un peu plus bas, au niveau du pubis (c'est le centre du carré englobant). Il mentionne d'autres mesures concernant le visage, la poitrine, les membres supérieurs et inférieurs. Point de nombre d'or toutefois mais une forte connotation religieuse et philosophie révélée par "Le Temple des Dieux". Léonard de Vinci dessinera son "Homme de Vitruve" (vers 1490) d'après les écrits de l'architecte romain. Encore de nos jours, cette figure se voit attribuer à tort, des vertus esthétiques basées sur le nombre d'or. Vinci a utilisé les proportions simples exposées par Vitruve pour établir le quadrillage dans lequel le corps s'inscrit. L'artiste italien n'a pas oublié d'esquisser une règle en bas du schéma qui montre clairement les rapports en présence.

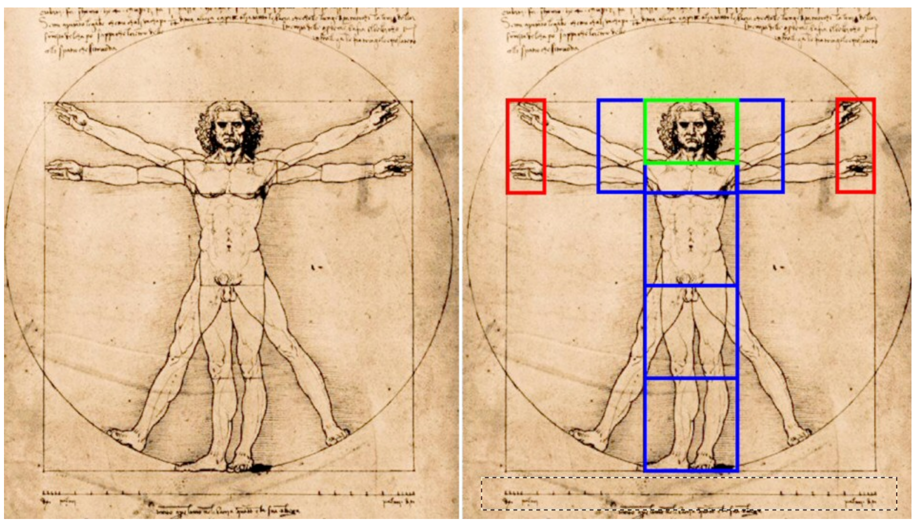


FIG. 2.12: "L'homme vitruvien" de Vinci. En rouge : proportion de $1/10$ par rapport au côté du carré. En bleu : $1/4$ et $1/8$. En vert : $1/6$. La règle de construction en bas du dessin est entourée avec des pointillés.

L'homme de Vitruve est donc basé sur un cercle, un carré et des segmentations triviales du carré. Finalement, on remarque aisément que Vinci a tracé des traits francs au niveau des articulations et des différentes parties qu'il isole pour son étude. Comme nous l'avons déjà évoqué, des analyses imprécises de "L'homme vitruvien" associeront étroitement dans l'inconscient collectif le nombre d'or, Léonard de Vinci et la divine proportion de Pacioli. Dans le dessin de Vinci, la proportion significative (sans ajout de traits autres que ceux de Vinci) s'approchant le plus du nombre d'or est celle entre la hauteur du corps et la distance entre le nombril et la plante des pieds. On obtient environ 1.639. Même si les adeptes de la divine proportion s'acharnent à vouloir trouver le nombre d'or dans ce dessin et le corps humain en général, ils n'obtiennent que de vagues approximations de φ , avec un intervalle variant entre 1.5 et 1.7.

Un autre peintre éminent de la Renaissance, Albrecht Dürer, va également s'intéresser à ce problème. Il rédige ses "Quatre Livres" sur les proportions humaines. Cet ouvrage sera publié à titre posthume en 1528. Dürer apporte sa touche d'originalité pour l'époque en étudiant des corps féminins. Comme Vitruve et accessoirement Vinci, le corps est inscrit dans un cercle centré sur le nombril. Il est intéressant de voir que Dürer ne cherche pas la perfection, il développe sa théorie avec des individus authentiques qui ne sont pas sans défauts. Même si certains visages ont des traits qui peuvent paraître exagérés, il n'était pas rare de voir dans certaines peintures flamandes de tels personnages. Citons par exemple le fameux tableau de Jérôme Bosch, "Le Christ portant sa croix" et ses personnages atypiques[8]. Dürer utilise des quadrillages complexes coupés par une série de droites mais le nombre d'or n'intervient pas dans son raisonnement qui se veut plus général [23]. Avec un peu de persévérance, il était dès lors facile pour les amateurs du nombre d'or de tirer des conclusions hâtives à partir des dispositions géométriques esquissées par l'artiste [9].

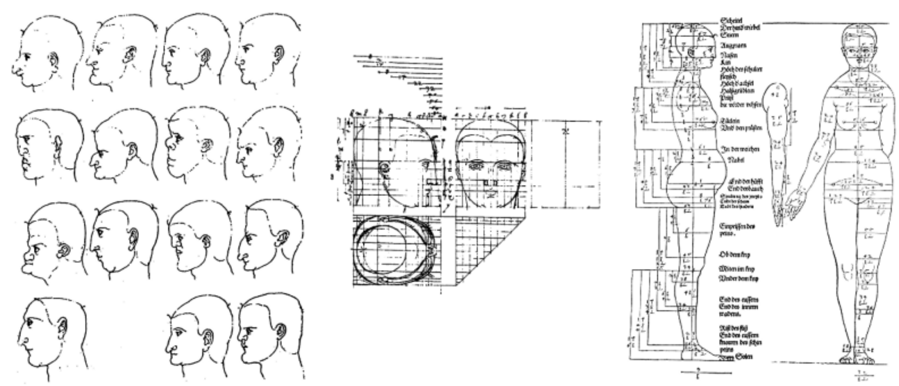


FIG. 2.13: Quelques planches tirées de l'ouvrage de Dürer. On remarque que Dürer prend en compte plusieurs physionomies.

Au 19ème, Zeising (cf. chapitre "Les précurseurs contemporains") émet une théorie anatomique entièrement basée sur le nombre d'or. Il fait abstraction des travaux précédents et avec habilité, parvient à convaincre ses lecteurs. L'auteur allemand s'arrange pour que ses mesures n'aient pas à l'encontre des règles qu'il veut édicter. Par exemple, Zeising n'utilise que le début de la suite de Fibonacci, il va même jusqu'à remplacer certaines valeurs comme 89 par 90. L'ensemble de son explication souffre d'une approximation latente qui laisse dubitatif. Les traits sont imprécis et se courbent lorsqu'ils s'approchent des endroits intéressants. En examinant de plus près la figure 2.14 et en la mettant en parallèle avec une image de crâne obtenu par résonance magnétique, on se rend compte que le crâne de Zeising est déformé avec un front trop grand. Même en essayant de tourner et changer la taille de notre crâne pour essayer de le faire correspondre à celui de Zeising, nous avons été devant le fait accompli : Zeising a délibérément déformé les proportions. Une étude plus poussée permettrait certainement de mettre en évidence d'autres incohérences au niveau de ce squelette, il semble que les mains sont trop grandes pour un adulte et que le crâne est celui d'un enfant.

Après avoir analysé l'homme, il tente d'appliquer ses postulats sur les statues antiques. Là encore, la précision des mesures laisse à désirer et Zeising force un peu les rectangles et les distances pour certifier la pertinence de son rapport. A l'époque, certains scientifiques (Neufert par exemple) contredisent les affirmations de Zeising même s'ils demeurent minoritaires. Zeising aura tout de même beaucoup de succès auprès des philosophes, des artistes et des écrivains.

[8] http ://gallery.euroweb.hu/art/b/bosch/painting/carrying.jpg

[9] http ://gallery.euroweb.hu/html/d/durer/2/12/9_1528/index.html

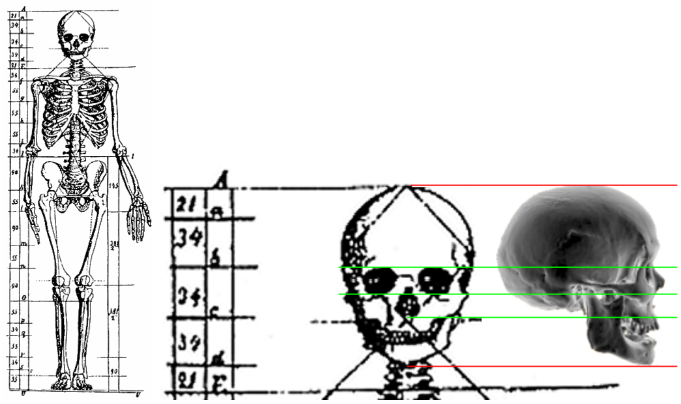


FIG. 2.14: Selon Zeising, le squelette a des dimensions issues de la suite de Fibonacci. A droite, détail du schéma et comparaison avec un crâne obtenu par imagerie médicale. Le dessin de Zeising est imprécis et ne concorde pas avec les proportions habituelles d'un crâne.

Dans la même lignée que Zeising, les avancées de l'anthropométrie[10] durant le 19ème siècle ont fait naître des courants scientifiques qui ont à leur tour inspiré les théoriciens du nombre d'or. En effet, certains anthropologues se sont mis à mesurer les crânes avec divers instruments. Ces statistiques permettent selon eux de "démontrer la supériorité des caucasiens sur les autres races". Le nombre d'or intervient donc dans un canon de beauté adapté aux Européens. En 1983, Stephen Jay Gould dans la "Malmesure de l'homme" a montré à quel point ces mesures étaient biaisées par leurs auteurs [14]. Le nombre d'or perd ainsi de son universalité en étant soumis au bruit ambiant des préjugés de sa propre communauté.

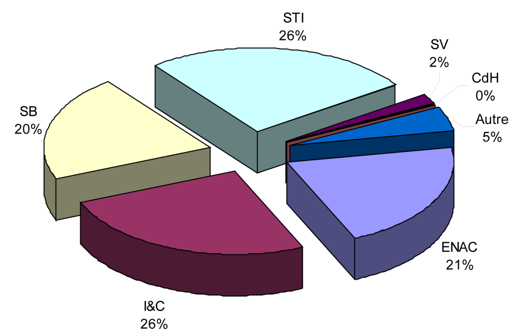
Affirmer que le nombre d'or est présent dans le corps est une belle chose mais c'est oublier que l'évolution darwinienne provoque des modifications dans l'anatomie de "l'homme moderne". Les statistiques regroupant la taille des populations en Europe depuis quelques siècles confirment l'allongement du corps humain. Marcelo Delajara a établi un modèle mathématique qui permet d'extrapoler la taille des individus pour les décennies à venir en Angleterre [5]. Ses résultats indiquent que la taille moyenne dans les populations devrait atteindre 197 centimètres et se stabiliser dès 2200. Les membres n'évoluent pas avec les mêmes facteurs et le crâne semble se rétrécir. Il est évident que le crâne des hominidés subit depuis des millions d'années d'importantes modifications. Cette hypothèse fait suite à l'observation de la disparition des dents de sagesse, elle indiquerait que les mâchoires se raccourcissent. Le nombre d'or a ainsi de la peine à garder sa constance (et sa crédibilité dans le cas de l'anatomie) et devient plutôt une variable en corrélation avec l'évolution des organismes vivants.

[10] science qui a pour trait tout ce qui peut être mesuré dans le corps

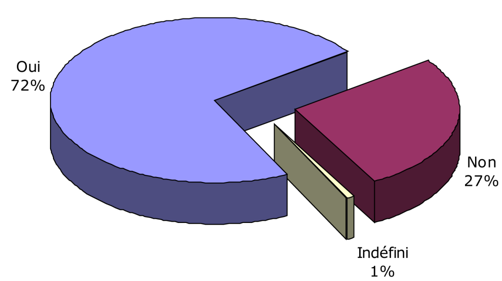
2.6 Présentation et résultats du sondage

Dans le cadre de ce travail, nous avons également réalisé un sondage auprès des étudiants de l'EPFL. Ce sondage devait nous permettre de mieux situer la popularité du nombre d'or auprès d'un échantillon de personnes jeunes et dont la culture générale est censée être supérieure à la moyenne. Le sondage était composé de 7 questions. Nous avons récolté *1178 suffrages* ce qui a de beaucoup dépassé nos espérances. Les données ainsi obtenues nous semblent donc suffisamment représentatives pour en tirer des informations fiables. Il est encore important de préciser que les rectangles de la question 4 qui correspondent au rectangle d'or sont les numéros *2* et *9*. Pour les triangles, il s'agit du *1*. Ces figures géométriques ont un rapport entre leur plus long et plus court segment égal à φ . Les autres formes ont un rapport qui oscille entre 1 et 2. Dans le cas des photographies (cf. question 6), c'est l'image *4* qui se rapproche le plus du nombre d'or . L'image *6* en est également proche. Voici les questions et les graphiques statistiques respectifs.

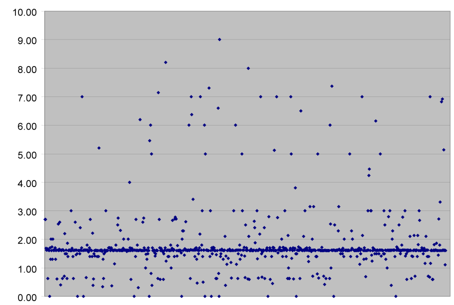
Question annexe : A quelle faculté appartenez-vous ?



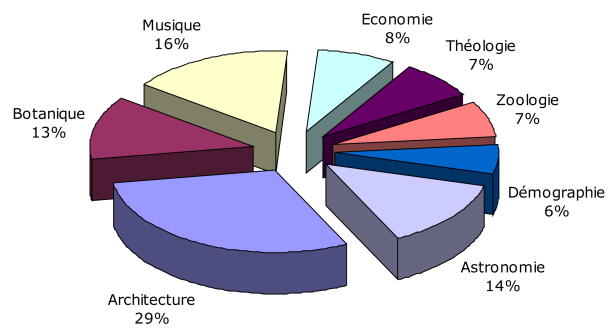
Question 1 : Connaissez-vous le nombre d'or ?



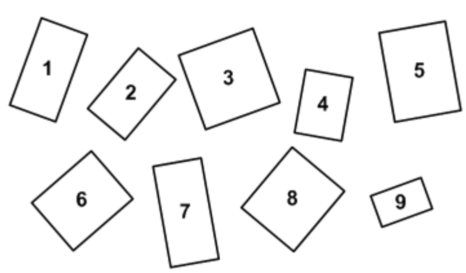
Question 2 : Si oui, pouvez-vous indiquer sa valeur ?

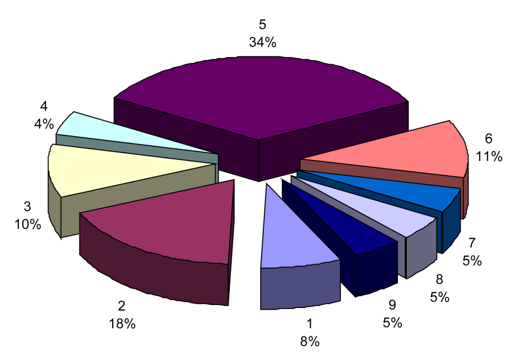


Question 3 : Parmi les domaines suivants, lesquels sont, selon vous, concernés par nombre d'or ?

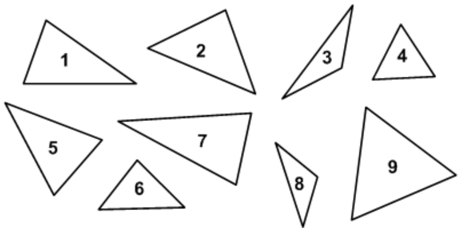


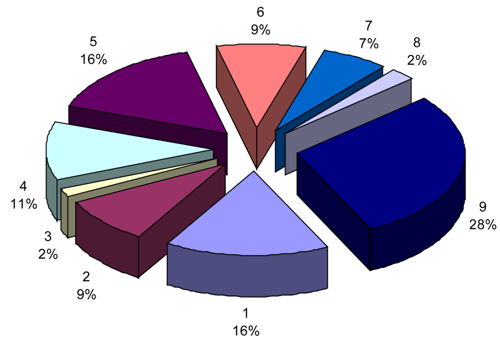
Question 4 : Quel rectangle vous semble le mieux proportionné ?





Question 5 : Même question avec des triangles.





Question 6 : Ces prises de vue sont issues de la même scène mais avec des cadrages différents. Quel cadrage semble le plus adapté ?

1

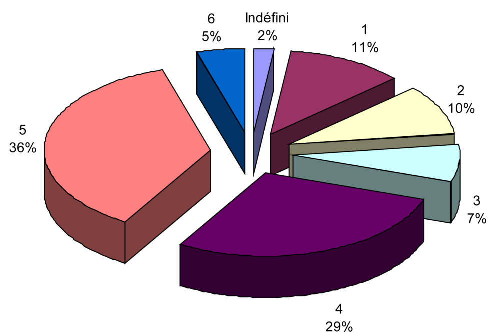
2

3

4

5

6



2.7 Analyse et interprétation du sondage

La majorité des personnes interrogées (72%) connaissent le nombre d'or , ce qui n'est pas vraiment une surprise étant donné leur formation. 82 personnes de la faculté SB[11] sur 100 connaissent φ . C'est le plus fort pourcentage, suivi par les facultés ENAC[12] (76%) et STI[13] (70%). Sur les personnes connaissant le nombre d'or , 72% ont estimé sa valeur dans un intervalle de $]1,2[$ mais seul 22% des personnes interrogées ont donné une valeur correcte à trois décimales[14]. Il en ressort que beaucoup de personnes ont entendu parler du nombre d'or (72%) mais que peu en connaissent la valeur exacte (22%).

Fait prévisible, l'architecture s'avère être le domaine le plus concerné par φ (85%). Il est étonnant de constater que seulement 37% des personnes interrogées voient le nombre d'or intervenir en botanique. En effet, comme expliqué plus haut dans ce document, ce domaine nous apparaît comme l'un de ceux où la présence φ est la plus pertinente. Par contre, la musique remporte 46% des suffrages alors qu'il n'y a pas de preuve évidente de la présence du nombre d'or dans cet art. Ces pourcentages indiquent que ce nombre est jugé par une majorité de personnes comme un élément à part entière de l'art et de l'esthétisme. Voyons à présent s'il correspond effectivement aux canons de beauté perçus par notre échantillon. Aucune majorité n'est ressortie dans les questions 4, 5 et 6. Ceci permet d'estimer que les critères de beauté sont très variables d'un individu à un autre.

La majorité des personnes (34%) ont préféré le rectangle n°5 or celui-ci a une proportion[15] de 1.35. Cette valeur est relativement éloignée du nombre d'or mais s'apparente à celle d'une page A4. Le rectangle d'or obtient pour sa part 18% des voix. En contrepartie, le rectangle n°*9*, également d'or, ne remporte que 5% des suffrages. La taille et la répartition des rectangles semblent jouer un rôle important dans le choix des étudiants. La disposition des formes interfère avec la décision des sondés de manière significative.

C'est le triangle équilatéral[16] de la question 5 qui remporte le sondage avec 29% des voix. Encore une fois, il est très probable que sa taille ait influencé les candidats. Arrive ensuite, avec 16% de suffrages, le triangle d'or (n°*1*), il est à égalité avec le n°*5* qui n'a pas de lien avec φ . Comme dans le cas des rectangles, il est difficile de juger si la *divine proportion* est inconsciemment préférée lors de la sélection des figures. D'autres études plus avancées ont été réalisées sur le même principe et nous traiterons de l'une d'elles dans la section suivante.

Nous avons également voulu tester l'influence du nombre d'or lors de prises de vue photographique. De nombreuses règles, tout comme en architecture et peinture par exemple, sont préconisées lors de la composition de la scène. Bien entendu, certaines de ces recommandations évoquent la section d'or[17]. Examinons de plus près les statistiques en provenance de cette question. A peu près 37% des personnes interrogées ont préféré la photographie n°*5*. Celle-ci représente le château de Chillon avec un plan centré sur l'édifice. Bien évidemment, ceci ne correspond pas au nombre d'or . L'image n°*4* qui se rapproche beaucoup d'une répartition selon φ obtient 29% des suffrages. Cette prise de vue est bien adaptée à cette scène, le lac et les montagnes étant prédominants. Il est intéressant de remarquer que le plan n°*6* n'a obtenu que 5% des voix bien qu'il s'agisse de la composition respectant le mieux le nombre d'or . Il est clair que la scène en elle-même influence énormément le choix et qu'il serait absurde de prétendre qu'une prise de vue est réussie si l'artiste a basé son cadrage sur φ .

[11] Sciences de base
[12] Environnement naturel, architectural et construit
[13] Sciences et techniques de l'ingénieur
[14] Toutes les valeurs commençant par 1.618 ont été prises en compte.
[15] Il s'agit du rapport entre le côte le plus long avec le plus petit.
[16] Il s'agit de la division du côté le plus long par le côté le plus court.
[17] http ://www.megapixel.net/html/articles/compositionf.html

2.7.1 Expérience de Gustav Fechner

Une des études statistiques les plus connues est sans doute celle du philosophe allemand Gustav Fechner, réalisée en 1876. Afin de sortir des considérations arbitraires et souvent infondées, Fechner propose d'aborder le nombre d'or de manière scientifique par l'expérimentation. Cette approche, novatrice pour le mythe du nombre d'or, vise à établir de manière rationnelle une définition fondamentale de la beauté. Pour ses expériences, Fechner se base sur des formes élémentaires et recherche dans les croix du commerce (bijoux) ou religieuses (crucifix et croix tombales) les proportions les plus courantes. Il présente également à un grand nombre de personnes plusieurs modèles de croix et leur demande de choisir celle qui à leurs yeux, paraît la plus agréable. La croix considérée comme la plus esthétique est celle de Saint-André (en X). La seconde expérience réalisée par Fechner porte sur différents rectangles. Sa procédure consiste, un peu à la manière de notre sondage, à présenter à un sujet une série de dix rectangles dont les rapports hauteur/largeur varient entre 1 et 0.4. Le sujet doit ensuite choisir la figure qui lui paraît la plus esthétique. Environ 76% des choix sont centrés sur des rectangles dont les rapports sont 0.57, 0.62 et 0.67. Les autres figures reçoivent moins de 10% chacune.

Ces considérations ne peuvent donner une réponse absolue quant à la présence du nombre d'or en esthétique, les résultats obtenus vont néanmoins dans le sens de la divine proportion. Malgré cela, les choix de Fechner sont relativement limités et l'ordre de présentation des rectangles joue un rôle important sur le choix des sondés. Un test réalisé par George Markowsky[20] met en oeuvre 48 rectangles de proportions différentes (entre 0.4 et 2.5). La hauteur de ces figures est fixe, seule la largeur varie. Les rectangles sont tout d'abord présentés sous forme de matrice 6x8 et organisés de manière aléatoire. Il en ressort que la plupart des gens sont incapables de trouver le rectangle d'or dans ces conditions. Les figures sont ensuite ordonnées selon leur largeur dans l'ordre croissant . Il se trouve que dans cette configuration, les choix sont relativement différents par rapport au cas précédent. Dans cette expérience, le rectangle le plus souvent nominé est celui dont le rapport est de 1.83. Markowsky a répété l'expérience avec des rectangles dont les proportions sont cette fois comprises entre 1.6 et 1.7. Les personnes de l'échantillon éprouvent de vives difficultés pour distinguer des figures visuellement proches. Si les sondés privilégient certains rectangles, ce n'est pas par goût particulier pour le nombre d'or mais plutôt par attirance pour un intervalle donné qui comprend notamment φ .

Sur la base de ces diverses observations, affirmer que le rectangle nombre d'or est *le* rectangle le plus esthétique représenterait une proposition bien trop restrictive. Les critères de beauté ne peuvent se résumer à quelques proportions. Au contraire, ils font intervenir des phénomènes complexes et subjectifs qui dépendent fortement du contexte. Le nombre d'or est englobé par un certain intervalle de proportions dont les valeurs semblent sortir du lot mais rien ne permet de les écarter au profit de φ .

3
Conclusion

Après avoir introduit le nombre d'or et exposé sa signification mathématique, nous avons brièvement retracé ses origines, de l'Antiquité à la société contemporaine. Nous nous sommes ensuite penché sur la signification et la présence de φ dans différents domaines tels que l'art, la biologie ou encore la morphologie humaine. Un sondage réalisé auprès des étudiants de l'EPFL nous a permis d'avoir une idée sur l'influence actuelle de ce nombre. Cette étude nous a mené naturellement aux travaux de Gustav Fechner.

Nous espérons avoir démontré au lecteur que le nombre d'or est un sujet sensible, souvent abordé mais trop rarement exploré en profondeur. Nous n'avons bien entendu pas cette prétention, l'étude de φ mérite bien plus que ces quelques pages pour être correctement réalisée. Nous pensons cependant avoir suffisamment couvert le sujet pour en tirer les faits suivants. Deux écoles s'affrontent à propos de cette constante. La première comprend des personnes qui, comme Zeising, croient profondément à la magie du nombre d'or . Leur foi en ce nombre est si grande qu'elles n'hésitent pas à chercher des relations extraordinairement compliquées pour le justifier. Peu importe le prix ou la méthode, ces recherches se font souvent au détriment de la bonne foi et manquent au final de pertinence. L'autre catégorie, plus scientifique et nuancée, privilégie une démarche rigoureuse et refuse les préjugés ou les postulats qui n'apportent pas de preuves concrètes. Sans renier l'existence de φ comme objet mathématique, les partisans d'une telle approche voient en ce nombre plus le résultat de relations simples, comme les moitiés successives rencontrées lors du chapitre 2, que le fruit d'une quelconque magie divine.

C'est dans cette deuxième catégorie que les auteurs se reconnaissent. Nous préférons en effet la rigueur et la relative prudence que les personnes susmentionnées emploient pour parler du nombre d'or. Tout au long de nos recherches, nous avons rencontré de nombreux témoignages contradictoires : un fidèle de φ affirmant un fait, un opposant le reniant aussitôt. Il y a et il y aura toujours des avis divergents sur ce nombre selon la perspective avec laquelle il est abordé. Il nous semble donc important que le lecteur ne prenne pas pour vérité une prise de position d'un ouvrage sur le nombre d'or mais qu'il fasse lui-même une inspection attentive des faits afin de se forger un avis personnel.

Nous n'avons malheureusement pu traiter qu'une partie restreinte de ce sujet. Le nombre d'or, au travers d'un nombre incroyable de domaines, exhibe une multitude de facettes et soulève autant de problèmes. Il aurait été intéressant par exemple de traiter de la musique, de la chimie ou encore de la démographie. De nombreux ouvrages[1] traitent de ces sujets et nous invitons le lecteur à s'y référer. Nous terminerons par une phrase qui nous semble bien résumer notre pensée sur ce nombre après avoir travaillé sur ce projet :

"Le nombre d'or n'est pas une cause mais une conséquence."

[1] Vous en trouverez certains dans la bibliographie à la fin de ce document.

Bibliographie

[1] http ://www.math.smith.edu/ phyllo/applets/index.html.

[2] La longue quête des "divines proportions". *Science & Vie*, (1034), novembre 2003.

[3] Le Corbusier. *Le Modulor, essai sur une mesure harmonique à l'échelle humaine, applicable universellement à l'architecture et à la mécanique*. Paris, 1950.

[4] Jean-Paul Delahaye. La numérologie du nombre d'or. *Pour la science*, (262), août 1999.

[5] Marcelo Delajara. http ://www.eh.net/xiiicongress/cd/papers/70delajara17.pdf.

[6] Marguerite Neveux et H.E Huntley. *Le nombre d'or*. Le Seuil, 1995.

[7] Stéphane Douady et Yves Coudert. La physique des spirales végétale. *La Recherche*, (250), janvier 1993.

[8] Gustav Fechner. *Elementen der Psychophysik*. 1860.

[9] Gustav Fechner. *Zür experimentalen Aesthetik*. S.Hirzel, 1871.

[10] Deborah Fowler. A collision-based model of spiral phyllotaxis. *SIGGRAPH'92*, juillet 1992.

[11] Félix Fénéon. *Au delà de l'impressionisme*. Hermann, 1966.

[12] Matila Ghyka. *Le Nombre d'or. Rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale*. 1931.

[13] Matila Ghyka. *Esthetique Des Proportions Dans La Nature Et Dans Les Arts*. Gallimard, 1933.

[14] Stephen Jay Gould. *La malmesure de l'homme*. Seuil, 1983.

[15] Hélène Guillemot. La numérologie du nombre d'or. *Science & Vie*, (920), mai 1994.

[16] Charles Henry. *Introduction à une esthétique scientifique*. 1886.

[17] Radoslav Jovanovic. http ://milan.milanovic.org/math/english/golden/golden6.html.

[18] Peter Rygaard Lassen. Phyllotaxis. *Modern Physics*, avril 2004.

[19] Franz P. Liharzik. *Das Quadrat*. Wien, 1865.

[20] Georges Markowsky. Misconceptions about the golden ratio.

[21] Jean-Etienne Montucla. *Histoire des Mathématiques*. 1758.

[22] Paul Sérusier. *ABC de la peinture*. Paris Floudry, 1921.

[23] R. Tobler. Dürer transforms. *Research proposal*, 1984.

[24] Euclide (traduction de Bernard Vitrac). *Eléments*. PUF, 1990.

[25] Jacques Villon. Rouen, musée des beaux-arts.

[26] Odilo Wolff. *Tempelmasse. Ein Beitrag zur Kunstwissenschaft und Aesthetik*. Freiburg, 1894.

[27] Wilhelm Wundt. *Outlines of psychology*. St. Clair Shores, MI : Scholarly Press, 1969 (original : 1897).

[28] Adolf Zeising. *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers*. Weigel, 1854.

[29] Adolf Zeising. *Das Pentagramm*. Weigel, 1865.

[30] Adolf Zeising. *Der goldene Schnitt*. Englemann, 1884.